От издателя

Настоящим изданием Независимый Московский Университет начинает публикацию перевода труда Александра Гротендика «Recoltes et Semailles». Эта книга вышла в 1986 году в качестве препринта Университета Монпелье и состояла из следующих частей:

Прелюдия в четырех частях (Вместо предисловия; Прогулка по творческому пути, или дитя и Мать; Письмо; Введение).

Самодовольство и обновление.

Похороны (I), или Платье голого короля.

Похороны (II), или Ключ к Инь и Ян.

Похороны (III), или Четыре действия.

В данный момент у меня нет уверенности, что переводы различных частей будут выходить в естественной последовательности и даже что рано или поздно все они будут опубликованы. Поэтому ссылки на части, перевод которых еще не вышел, даются по страницам французского издания. Я прошу прощения у читателей за возникающие неудобства.

Одно обозначение: на страницах книги множество раз упоминается ее заглавие. В таких случаях употребляется аббревиатура «РС» («Размышления и свидетельства»).

Наконец, я хочу поблагодарить Р. Безрукавникова, Д. Каледина, Л. Посицельского, В. Ретаха и А. Шеня, без чьей помощи русское издание «РС» вряд ли увидело бы свет.

М. Финкельберг

Моим родителям

Содержание

Вместо предисловия...

30 января 1986

Мне оставалось только написать предисловие, чтобы затем доверить «РС» печатному станку. Я твердил себе, что приложу все усилия, лишь бы вышло что-нибудь подходящее. Что-нибудь *толковое* на этот раз. Всего три-четыре страницы, но в меру прочувствованные, чтобы представлять следующий за ними огромный «опус». Что-нибудь способное задержать взгляд пресыщенного читателя, заставляя поверить, что вещи интересные (и даже вдруг — кто знает? — относящиеся к нему лично) он обнаружит здесь, не испугавшись труда прочесть «целую тысячу» страниц. Броскость не в моем стиле, совсем нет. Но на этот раз, только однажды, я решил сделать исключение! И вправду нужно, чтобы «издатель, безрассудный настолько, чтобы пуститься в эту авантюру» (опубликовать текст-чудовище, заведомо не годный к печати) пусть с грехом пополам, да покрыл бы свои расходы.

Но нет, случилось по-другому. Я вот именно трудился изо всех сил, и отнюдь не один вечер, как рассчитывал. Завтра груде исписанных листов будет три недели. Результат, уж это точно, не похож на то, что можно было бы не стыдясь назвать «предисловием». Нет, решительно, это снова неудача! В моем возрасте больше работаешь над собой, но все же я устроен не так, чтобы совершать или подготавливать сделки. Даже ради того, чтобы доставить удовольствие (самому себе, или друзьям...).

То, что у меня вышло, оказалось чем-то вроде долгой прогулки, с комментариями по ходу, вдоль творческого пути, моего труда как математика. Предназначена же она главным образом для «непосвященных» — тех, кто «ничего не понимает» в математике. И для меня, я ведь никогда не располагал досугом для такой прогулки. Слово за слово, я поймал себя на том, что тащу на свет божий и выговариваю вещи, прежде всегда почивавшие в области недосказанного. Случайно ли, они-то мне и представляются самыми существенными, как в работе моей, так и в жизни. Кстати, это вещи ни в коей мере не технические. Суди сам, удалась ли мне моя наивная затея «дать им пройти» на виду, опять-таки явно не слишком разумная. Удовлетворение и радость для меня — узнать, что ты их почувствовал. Ведь многие из моих ученых коллег этого попросту не умеют. Может быть, они стали слишком учеными, слишком почтенными. А так зачастую и теряют контакт с вещами простыми и настоящими.

Во время этой «Прогулки по творческому пути» я немного говорю о своей жизни. И совсем чуть-чуть, местами, о самом предмете «РС».

Я возвращаюсь к нему в более подробной манере в «Письме» (датированном маем прошлого года), которое следует сразу за «Прогулкой». Это Письмо адресовано моим бывшим ученикам и «прежним друзьям» из мира математики. Но и в нем не содержится ничего технического. Его без затруднений прочтет любой, кому интересно разобраться, имея перед собой рассказ «с натуры», что же в конце концов побудило меня написать «РС». Еще верней, чем Прогулка, Письмо наделит тебя предвкушением близкого знакомства с нравами определенного круга — «высшего света» математики. Оба эти раздела в одинаковой степени дадут тебе представление о моем стиле изложения; он может показаться несколько необычным. И о самом духе, выражением которого служит этот стиль — первый ничуть не в большей мере, чем последний, может рассчитывать на всеобщее одобрение.

В «Прогулке» и понемногу всюду на страницах «РС» я толкую *о математическом труде*. Это работа, с которой я знаком хорошо, и из первых рук. Значительная часть того, что я говорю, справедлива, конечно, для всякого вида творческой активности, для труда открытий. Это все так же верно для так называемого «умственного» труда, того, что делается в первую очередь «головой», с бумагой и пером в руке. Такой труд отмечен зарождением в бутоне и затем, шаг за шагом, расцветом в нас *понимания* того, что мы изучаем. Вот пример из противоположной области — любовная страсть ведь тоже есть страсть к открытию. Она открывает для нас знание, называемое «чувственным», которое так же самообновляется, переживает расцвет, становится глубже и полней. Два этих импульса — тот, каким одержим, скажем, математик за работой, и другой, воодушевляющий влюбленных, гораздо более сродни друг другу, чем обыкновенно подозревают или чем принято допускать. Я желал бы, чтобы страницы «РС» помогли тебе ощутить это родство — в твоей работе и в жизни повседневной.

На протяжении Прогулки прежде всего будет обсуждаться вопрос математического труда как такового. Напротив, в отношении *контекста*, в котором сей труд имеет место, а также *побуждений*, которые вступают в игру во время, свободное от непосредственной работы, я остаюсь практически нем. Тут я рискую придать своей личности — или персоне математика, или ученого вообще — облик, конечно, лестный, но искаженный. Жанр «страсти великой и благородной», и без каких бы то ни было поправок. Все вместе в русле «Мифа о Науке» (попрошу «Н» заглавное!). Миф героический, «прометеевский», в который писатели и ученые бросались (и продолжают бросаться) наперебой. Разве что некоторые историки, быть может, устояли перед соблазном. Правда же заключается в том, что «в науке» среди мотивов, порой побуждающих безрасчетно вкладывать все свои силы в работу, амбиции и тщеславие играют роль столь же важную и почти универсальную, как и в любой другой профессии. Это принимает формы более или менее грубые, подается более или менее тонко, смотря по степени заинтересованности. Я нисколько не претендую составить здесь исключение. Надеюсь, по прочтении моего свидетельства[1] ни у кого не останется сомнений на этот счет.

Верно и то, что честолюбие самое ненасытное все же бессильно найти и сформулировать минимально значимое утверждение в математике или его доказать — совершенно так же, как, например, оно не может «разжечь желание» (в подходящем смысле этого слова). Как у женщин, так и у мужчин то, что «возбуждает страсть», не имеет ничего общего ни с амбицией, ни с желанием блистать, ни со стремлением проявить свою потенцию, половую в данном случае, — как раз напротив! Нет, это пронзительное ощущение чего-то наделенного силой, весьма реального и в то же время хрупкого. Его можно назвать «красотой» — но оно является в тысяче образов. Честолюбие не всегда мешает воспринимать красоту. Но это заведомо *не то*, что делает нас чуткими к ней...

Человек, который первым открыл и подчинил себе огонь, был в точности таким же, как ты и я. И уж совсем не таким, как те, кого воображают себе под именами «героя», «полубога» и прочими в том же роде. Разумеется, как ты и как я, он знавал уколы тревоги и испытанный яд тщеславия, уносивший их из памяти. Но в тот миг, когда он «познал» огонь, с ним не было ни страха, ни тщеславия. Такова правда мифа героического. Этот миф становится безвкусным и слащавым, когда мы используем его, чтобы скрыть от самих себя *другой* аспект действительности — тоже существенный и тоже настоящий.

На страницах «РС» я намеревался обсудить оба аспекта — импульс к познанию и страх вместе с этими пилюлями тщеславия. Думаю, что «понимаю», или по крайней мере *знаю* этот импульс и его природу. (Быть может, в один прекрасный день я вдруг увижу, восхищенный, как беспредельно я обманулся...) Но что до страха и тщеславия, и тех коварных помех творчеству, которые ими чинятся, я знаю наверное, что далек от проникновения в суть их великой загадки. И не ведаю, посчастливится ли мне заглянуть в ее тайные глубины за те годы, что осталось прожить...

С течением времени, пока писались «РС», два образа всплыли наружу, чтобы представлять каждый из двух аспектов человеческой деятельности. Это суть *Ребенок* (он же *работник*) и *Хозяин*. В «Прогулке»,

[1]Речь идет о книге в целом — *прим. перев.*

которая не за горами, говорится почти исключительно о «ребенке». И о нем же речь в подзаголовке «Дитя и мать». Это название станет ясней, я надеюсь, во время Прогулки.

В оставшихся главах раздумий, напротив, ведущая роль на сцене отдана Хозяину. И то — недаром он хозяин! Впрочем, говоря точней, тут не *один* Хозяин, а *несколько* конкурирующих. Но так же верно, что эти Хозяева по сути сходны. И раз уж мы заговорили о Хозяевах, значит, непременно будут ослушники. В первой части раздумий («Самодовольство и Обновление», которая следует сразу за вступительной «Прелюдией в четырех частях»), я и есть главный «ослушник». В последующих трех частях это в основном «другие». Всяк в свой черед!

Надо сказать, что в «РС» помимо самых глубоких философских раздумий и «исповедей» (нимало не покаянных) нет-нет да и встречаются «портреты, писанные серной кислотой» (заимствуя выражение одного из моих коллег и друзей, которому досталось на орехи). Не считая крупномасштабных «боевых действий», притом далеко не традиционного свойства. Робер Жолэн[2] уверял меня (полушутя), что в «РС» я развил «этнологию математического сообщества» (или «социологию» — не знаю, как лучше сказать). Куда как лестно услышать, что, сам того не зная, предавался таким ученым занятиям! Действительно, на страницах Раздумий, посвященных «расследованию», я (не желая того) разоблачил по мере их написания изрядный кусок математического истэблишмента, не считая множества моих коллег и друзей чином поскромнее. И в последние месяцы, с тех пор как я предпринял рассылку предварительного тиража «РС» в прошедшем октябре, фактов прибавилось. Решительно, мое свидетельство вылетело из рук камнем, всполохнувшим пруд. Появились отзвуки вот уж впрямь на все лады (кроме тех, на какие поется скука...). Почти всегда это было совсем не то, чего я ожидал. И было много молчания, весьма красноречивого свойства. Очевидно, мне довелось (и еще предстоит) получить подробное представление, во всех возможных красках, о том, что творится в башке у разных людей — моих ли бывших учеников или других коллег, более или менее прочно устроившихся — виноват, о «социологии математического сообщества», я хотел сказать! За все эти отзывы, прибывшие сейчас и внесшие свой вклад в большой социологический труд моих закатных дней я считаю своим долгом выразить в этих самых строках чувство признательности.

Разумеется, я особенно чувствителен к отзвукам на пылких аккор-

[2]Робер Жолэн — мой старинный друг. По моим представлениям, выйдя один на один с узаконенным сводом нравов сообщества этнологического, он поставил себя в положение («белой вороны»), в чем-то сходное с моим противостоянием «высшему свету» в математике.

дах. Кроме того, некоторые (немногие) мои коллеги сообщали мне о чувстве или ощущении (до сих пор не находившем выражения) кризиса, или упадка внутри математической среды, к которой они почитают себя принадлежащими.

Вне этой среды в числе первых, кто оказал горячий и даже взволнованный прием моему свидетельству, я хотел бы назвать здесь Сильви и Катрин Шевалле[3], Робера Жолэна, Стефана Делижоржа, Кристиана Буржуа. Если «РС» получили распространение более широкое, чем первоначальный предварительный тираж (предназначавшийся для весьма ограниченного круга), то это главным образом благодаря им. И прежде всего — их заразительной убежденности в том, что все, что я старался уловить и воплотить в слова, должно быть сказано. И в том, что это могло бы быть услышано в более широком кругу, чем тот, что составляют мои коллеги (зачастую люди раздражительные, даже сварливые, и менее всего способные вдруг в себе усомниться...) Так, Кристиан Буржуа не замедлил взять на себя риск публикации невозможного, а Стефан Делижорж — оказать мне честь, включив мое неудобоваримое свидетельство в сборник «Episteme», бок о бок с (на секундочку) Ньютоном, Кювье и Араго. (О лучшем соседстве я не мог и мечтать!) Каждой и каждому из них, за многократные изъявления сочувствия и доверия, подоспевшие как раз в нелегкую минуту, я счастлив выразить здесь всю меру моей признательности.

Итак, мы отправляемся в Прогулку вдоль перипетий моего труда, как бы во плоти пускаясь в путешествие по жизни. Путешествие долгое, не поспоришь — тысяча страниц да еще сверх того, причем в каждой тесно словам. Я провел за ним жизнь, его не исчерпав, но с каждым годом открывая заново, страницу за страницей. Слова медлили иногда, чтобы потом вернее выжать до капли весь сок пережитого, еще прячась где-то нерешительным намеком на знание — как виноград спелый и крепкий, томимый прессом: на секунду покажется, будто он стремится укрыться от теснящей его силы... Но в те самые мгновения, когда слова как будто бы бьются друг в друга и истекают влагой, они, однако же, повинуются отнюдь не случайности. Каждое из них бывает взвешено при прохождении — иначе слишком поздно — чтобы выйти точь-в-точь в ладу с другими, ни чересчур легким, ни слишком тяжелым. Оттого это раздумье-свидетельство-путешествие не годится для поспешного прочтения, в один ли день или в месяц, читателем, которо-

[3]Сильви и Катрин Шевалле — вдова и дочь Клода Шевалле, коллеги и друга, которому посвящена центральная часть «РС» (РС III, «Ключ к Инь и Ян»). И на страницах моих раздумий я неоднократно говорю о нем и о той роли, которую он сыграл в выборе моего пути.

му не терпелось бы добраться до последнего слова. Ни «заключения», ни «выводов» нет в «РС», как нет их в моей жизни — и в твоей. Есть только вино, что выдерживается в бочонках моего бытия. Последний стакан, который ты выпьешь, не будет лучше, чем первый или сотый. В них все «то же», и все они различны. И если первый стакан испорчен, такова вся бочка; хорошая вода (если есть) лучше плохого вина.

Но хорошее вино не пьют наспех, в один неловкий глоток.

Прогулка по творческому пути, или дитя и Мать

Январь 1986

1.

Когда я был мальчишкой, я очень любил ходить в школу. Один и тот же учитель нам преподавал чтение и письмо, арифметику, пение (он аккомпанировал нам на маленькой скрипке), рассказывал о первобытных людях и о том, как был открыт огонь. Я, сейчас во всяком случае, не припомню, чтобы в школе хоть когда-нибудь было скучно. Там процветала магия чисел, слов, знаков и звуков. И *рифмы* — в песнях и в коротеньких стихотворениях. В рифме, казалось, есть тайна, и такая, что словами не перескажешь. Так было, пока кто-то мне не объяснил, что есть «трюк», весьма нехитрый: чтобы вышло в рифму, нужно просто-напросто две фразы подряд закончить на один и тот же слог — тут же разом, как по волшебству, получаешь *стих*. Это было откровением! В доме, где мне было с кем поделиться находкой, неделями и месяцами я развлекался сочинением стихов. Какое-то время я не мог говорить иначе, как в рифму. К счастью, это прошло. Но даже сейчас я, случается, берусь за стихосложение, хоть и не трачу более сил в погоне за рифмой, если она не приходит сама по себе.

В другой раз приятель постарше, который уже ходил в лицей, рассказал мне об отрицательных числах. Это стало новой игрой, довольно занятной, но вскоре себя исчерпавшей. И еще были кроссворды: я проводил дни и недели за их составлением, добиваясь все большего числа самопересечений. В этой игре магия формы сочеталась с магией знаков и слов. Но и эта страсть меня покинула, не оставив видимых следов.

В лицее, в Германии в начале первого года, затем во Франции, я был хорошим учеником, но никогда — «блестящим». Я с головой уходил во все, что мне было интересно, имея в то же время склонность пренебрегать тем, что занимало меня меньше, не слишком при этом заботясь об одобрении соответствующего преподавателя. В первый год моего обучения во французском лицее, 1940, я был вместе с моей матерью заключен в концентрационный лагерь в Риекро, неподалеку от Ма́нда. Была война, мы были иностранцы — «нежелательный элемент», как тогда говорили. Но администрация лагеря за подростками, как бы те ни были «нежелательны», следила сквозь пальцы. Они в какой-то степени могли входить и выходить из лагеря, когда хотели. Я был старше и единственный, кому нужно было ходить в лицей, за четыре-пять километров от лагеря, хоть в снег, хоть в ветер, в каких-нибудь случайных ботинках, вечно пропускавших воду.

Припоминаю еще первое «математическое изложение», когда учитель влепил мне низкий балл за доказательство одного из «трех признаков равенства треугольников». Мое доказательство не было взято из учебника, букве которого он набожно следовал на своих уроках. И все же я знаю наверное, что оно было ни более, ни менее убедительным, чем в книжке, и даже близким по духу — с бесконечными «совместим данные фигуры таким образом, чтобы...» Очевидно, человек, меня обучавший, не был уверен в себе и своих знаниях настолько, чтобы судить самостоятельно (в данном случае об обоснованности рассуждения). Ему приходилось опираться на авторитет — например, книги, как в этот раз. Верно, все это меня тогда поразило, раз я запомнил это мелкое происшествие. Впоследствии и еще до сих пор мне не раз доводилось убеждаться в том, что подобный подход — не только не исключение (отнюдь!), но правило едва ли не из самых распространенных. Тему эту трудно исчерпать; я не один раз ее касаюсь так или иначе на страницах «РС». Но и по сей день, хочу я того или нет, я всякий раз теряюсь, столкнувшись с ней заново...

Последние годы войны, в то время как моя мать оставалась интернированной в лагере, я провел в детском доме «Швейцарской помощи» для детей-беженцев, в Шамбо на Линьоне. В основном там были евреи; когда нас предупреждали (местные власти) о грозящем налете Гестапо, мы уходили маленькими группками по два или три человека на одну-две ночи укрыться в лес, не слишком отдавая себе отчет в том, что речь здесь идет о нашей шкуре. Вся область тогда кишела евреями, которые прятались в диких уголках севеннского края, и выжили в основном благодаря помощи местного населения.

Поражало меня в «Севеннском колледже» (где я учился) прежде всего то, насколько мало моих товарищей интересовало все, чему их обучали. Что до меня, я жадно набрасывался на школьные книги в начале учебного года, надеясь на этот раз добраться до вещей *действительно* интересных; остаток же года я проводил наилучшим для себя образом, в то время как предвосхищенная программа неумолимо излагалась целыми триместрами. При всем том попадались иногда преподаватели на редкость приятные. Преподаватель естественной истории, месье Фридель, был человеком замечательного ума и редких душевных качеств. Но он не умел «свирепствовать», так что на его уроках шумели до погибели; к концу года становилось невозможно разобрать что бы то ни было — звук его голоса тонул в общем гвалте. Потому-то, быть может, я и не стал биологом!

Я недурно проводил время, даже во время уроков (тс-с...), решая математические задачки. Скоро те, что я находил в учебнике, перестали меня удовлетворять. Может быть, потому, что чем дальше в лес, тем ясней проявлялась у них тенденция как-то уж чересчур смахивать друг на друга — но еще более потому, что они словно бы падали с неба одна за другой, длинной вереницей, не извещая, откуда они взялись и куда направляются. Трудности в задачах были книжные, а не *мои*. И все же в вопросах настоящих, не надуманных, не было недостатка.

Так, если заданы длины a, b, c трех сторон треугольника, задан и сам треугольник (с точностью до его расположения), а значит, должна существовать точная «формула», которая выводила бы, например, площадь треугольника как функцию a, b, c. Точно так же, если известны длины всех шести ребер тетраэдра — каков его объем? Над этим, думается, я долго бился, но достиг желаемого в конце концов. Во всяком случае, когда что-то меня «захватывало», я не считал ни часов, ни дней, пробегавших мимо, забывая обо всем остальном! (Да и сейчас со мной это так...)

То, что меня меньше всего устраивало в наших учебниках математики — это полное отсутствие сколько-нибудь серьезного определения понятия длины (кривой), площади (поверхности), объема (тела). Я дал себе обещание, как только появится досуг, заполнить эти пробелы. Я вкладывал в это основную долю моей энергии от 1945 до 1948 года, будучи в то же время студентом Университета Монпелье. Курсы на факультете были составлены не так, чтобы я мог ими довольствоваться. Ни разу не сказав себе этого ясно, я стал чувствовать, что профессора ограничивались повторением своих учебников, точь-в-точь как мой учитель математики в лицее в Ма́нде. И потому я появлялся в университете только изредка, чтобы держаться в курсе этой вечной «программы». Книг с лихвой хватало, чтобы не испытывать нужды в посещении лекций, но вместе с тем они явно ни в малейшей степени не годились для того, чтобы отвечать на возникавшие у меня вопросы. По правде сказать, они даже не *замечали* этих вопросов, как не замечали их мои лицейские учебники. При том, что они давали первому встречному правила вычисления длин, площадей и объемов, вкупе с интегралами простыми, двойными, тройными (высшие размерности с осторожностью избегались), вопрос о настоящем определении, казалось, не вставал ни перед моими профессорами, ни перед авторами пособий.

В соответствии с моим тогдашним ограниченным опытом вполне могло показаться, что я один на всем свете наделен любопытством к математическим вопросам. Во всяком случае, на протяжении тех лет, проведенных в полнейшем интеллектуальном одиночестве, я думал именно так, нимало о том не тревожась[4]. По правде говоря, я думаю даже, что в ту пору ничуть не стремился углубиться в исследование вопроса о том, был я или не был единственным человеком в мире, способным заинтересоваться тем, чем я занимался. Моя энергия в достаточной мере уходила на то, чтобы держать пари, которое я сам с собой заключил: разработать теорию, которая бы всем моим требованиям удовлетворяла.

Я нисколько не сомневался в том, что мне удастся добраться до сути вещей, хотя бы только потому, что дал себе труд, глубоко вникнув, подставить ухо и записывать черным по белому все, что мне говорилось, по мере того как слова звучали ясней. Интуиция в отношении *объема*, скажем, была неопровержимой. Она не могла быть ничем иным, как отражением *действительности*, подчас ускользающей, но совершенно надежной и настоящей. Вот эту самую действительность и требовалось уловить — наверное, как ту волшебную сущность рифмы, схваченную и «понятую» в один прекрасный день.

Когда я приступал к этому, семнадцати лет от роду и едва закончив лицей, то думал, что работа займет несколько недель. Я застрял на три года. В итоге я умудрился даже завалить в конце второго курса экзамен по сферической тригонометрии (с «углубленным астрономическим уклоном», sic) из-за дурацкой ошибки в счете. (Я никогда не был особенно силен в вычислениях, с тех пор как вышел из лицея...) В связи с этим мне пришлось, чтобы закончить свой диплом, остаться на третий год в Монпелье вместо того, чтобы тотчас же ехать в Париж — только там, как меня уверяли, мне выпадет случай повстречать людей, которые были бы в курсе всего, что считается существенным в математике. Месье Сула — тот, кто мне все это рассказывал — убеждал меня также, что последние проблемы, которые еще поднимались в математике, были

[4] Между 1945 и 1948 годами мы с матерью жили в маленькой деревушке Мераргю (неподалеку от Вераргю), затерянной среди виноградников, в десяти километрах от Монпелье. (Мой отец погиб в Освенциме в 1942 г.) Чтобы сводить концы с концами, я участвовал каждый год в сборе винограда, а после из того, что было забыто на лозе, делал вино, которое и продавал кое-как (кажется, в нарушение действовавших тогда законов). Кроме того, рядом был сад, который, хоть никто за ним и не ухаживал, в изобилии поставлял нам фиги, шпинат и даже (под конец) помидоры, посаженные любезным соседом на острове в море великолепных маков. То была красивая жизнь, но не без ям на дороге — когда нужно было заменить оправу очков или ботинки, изношенные до нитки. К счастью, моя мать, ослабленная и больная вследствие долгого пребывания в лагерях, имела право на бесплатную медицинскую помощь. У нас ни за что не достало бы денег на лечение...

разрешены двадцать или тридцать лет назад неким Лебегом. Он разработал как раз (решительно, удивительное совпадение!) теорию меры и интегрирования, чем и поставил завершающую точку в математике.

Месье Сула, мой профессор «дифференциального исчисления», был человеком доброжелательным и хорошо ко мне относился. Не думаю, чтобы он сколько-нибудь меня разуверил. Должно быть, во мне уже поселилось предвидение того, что математика есть нечто беспредельное по глубине и широте. Есть ли у моря «завершающая точка»? Во всяком случае, мне и в голову не приходило, что я должен пойти разыскать книгу этого Лебега, о которой говорил мне месье Сула, хотя сам и не держал никогда ее в руках. По моим представлениям, между тем, что могло содержаться в книге, и той работой, которую делал *я, по-своему,* чтобы удовлетворить свое любопытство по поводу вещей, меня занимавших, не было ничего общего.

2.

Когда, год или два спустя, я наконец установил связь с математическим обществом в Париже, я узнал среди многого другого, что труд, завершенный мною в моем углу, своими силами и подручными средствами, представлял собой (за небольшим только исключением) нечто, прекрасно известное «всему миру» под названием «Лебеговской теории меры и интеграла». В глазах двух или трех старших математиков, с которыми я говорил об этой работе (и даже показывал рукопись) это было немного похоже попросту на потерю времени, переоткрытие «уже известного». Не припомню, впрочем, чтобы я был разочарован. В ту пору идея заслужить «признание», в виде одобрения или хотя бы интереса других людей к тому, чем я занимался, была еще чужда мне по духу. Кроме того, моя энергия в достаточной мере уходила на освоение в совершенно новой среде, и в первую очередь на изучение того, что в Париже считалось азбукой для математика[5].

Однако, вспоминая сейчас эти три года, я прихожу к выводу, что они отнюдь не были растрачены понапрасну. Сам того не зная, тогда, в одиночестве, я научился тому, что составляет суть математического ремесла, и чего заведомо не смог бы преподать мне ни один мастер. При том, что никто мне этого не говорил, при том, что я ни разу не встретил никого, кто делил бы со мной жажду знаний я все же понял «нутром», так сказать, что я — математик: тот, кто занимается математикой, в полном смысле этого слова, так, как «занимаются» любовью. Математика

[5]Я поместил короткий рассказ об этом периоде перехода, довольно трудном, в первой части «РС», в разделе «Желанный иностранец».

стала для меня возлюбленной, всегда благосклонной к моим желаниям. Эти годы одиночества заложили основу веры в себя, которая никогда потом не была поколеблена — ни когда я обнаружил (по прибытии в Париж, двадцати лет от роду) всю глубину моего невежества и беспредельность того, что мне предстояло изучить, ни (двадцатью годами позже) бурными событиями, связанными с моим безвозвратным уходом из математического общества, ни, в эти последние годы, эпизодами подчас нелепыми до безумия — неких «Похорон» (преждевременных, но чисто разыгранных) моих собственных и моего труда, устроенных моими же, в прошлом, ближайшими товарищами...

Иначе говоря, я научился в эти решающие для меня годы *быть один*[6]. То есть к тому, что хочешь понять, подходить со своей лучиной, не доверяя представлениям, вслух или по умолчанию общепринятым среди более или менее обширной группы, к которой и я чувствовал себя принадлежащим, — или бывших для меня авторитетными по каким-либо другим причинам. Общее согласие утверждало без слов, (как в лицее, так и в университете), что нет оснований ставить вопрос о самом понятии «объема» — это, дескать, нечто «хорошо известное», «очевидное», «без проблем». Я, не задумываясь, сделал шаг сквозь невидимую преграду, и он удался, как нечто само собой разумеющееся. Так же, должно быть, поступил несколькими десятилетиями раньше и сам Лебег. *Переступить*, будучи не простым исполнителем воли соглашений, ставших у власти, не добровольным узником тех кругов, что их негласные законы повелительной рукой вокруг нас очертили, но самим собой до конца — вот тот самый, уединенный, акт, в котором (и в нем прежде всего) нам дано *«творчество»*. Все прочее, как правило, прилагается.

Впоследствии мне случалось среди математиков, принявших меня в свой клан, встречать как старших, так и ровесников, заметно более блестящих, более одаренных, чем я. Меня восхищала легкость, с которой они, словно бы играя, овладевали новыми понятиями, жонглируя ими, как будто привычными с колыбели — тогда как я себя чувствовал неповоротливым увальнем, с трудом, как крот, пробивавшим себе дорогу сквозь бесформенную груду вещей, которые (как меня убедили) мне бы-

[6]Это несколько неточная формулировка. Я не мог «научиться быть один» по той простой причине, что я никогда и не *разучивался*; в детстве эта способность была со мной — с рождения, как и со всяким другим ребенком. Но три года уединенного труда, когда я смог дать самому себе оценку, исходя из моих собственных внутренних критериев, подтвердили и обновили во мне, по отношению к математическим занятиям на этот раз, основу спокойной уверенности в себе, не подчиненной законодательству общепринятых соглашений или велениям моды. Я еще коснусь этого в примечании «Корни и одиночество» (РС IV, n° 171/3, в особенности стр. 1080).

ло важно знать, и разобраться в которых от начала до конца я не ощущал в себе сил. Я в самом деле никогда не был блестящим студентом, легко побеждающим на престижных состязаниях, вполщелчка усваивающим неприступные программы.

Большинство моих самых блестящих товарищей стали, впрочем, компетентными и известными математиками. И все же теперь, по прошествии тридцати или тридцати пяти лет, я вижу, что они не оставили в современной математике по-настоящему глубоких следов. Им удавались вещи, иногда красивые, в рамках уже законченного контекста; они и помыслить не смели о том, чтоб затронуть самые границы. Они, не подозревая о том, остались узниками кругов невидимых и властных, установленных, как границы для Вселенной, в данную эпоху и в данной среде. Чтобы переступить их, они должны были бы обрести вновь способность, дарованную каждому из них, точь-в-точь как и мне, при рождении — способность быть одному.

Маленький ребенок без труда может быть один. Он одинок от природы, даже если случайная компания ему не досаждает, и при том, что он знает, как потребовать материнский сосок, когда подходит час кормления. И он знает прекрасно, хотя никто ему этого не говорил, что сосок — для него, и он *умеет* сосать. Но мы зачастую теряем связь с этим ребенком в нас. И постоянно проходим мимо самого лучшего, не удосуживаясь взглянуть...

Если в «РС» я обращаюсь к кому-нибудь, кроме самого себя, то это не «публика». Я обращаюсь к тебе, читающему эти строки, как к *человеку*, как к *одинокому* человеку. С тем в тебе, кто умеет быть один, с ребенком — вот с кем я хочу говорить, и ни с кем иным. Он часто далеко, этот ребенок, уж я его знаю. Ему давно известно, почем фунт лиха. Он прячется Бог знает где, и нелегко подчас до него добраться. Можно подумать, что он мертв с незапамятных времен, что его никогда и не было — и однако я знаю наверное, что где-то он да есть, притом в добром здравии.

И вот каков *знак* тому, что я услышан. Это когда, несмотря на всю разницу — в судьбах ли наших, в культуре — то, что я говорю о своей жизни, отзовется в тебе эхом и найдет резонанс; когда ты снова увидишь перед собой *твою собственную жизнь*, твой собственный опыт размышлений о тебе самом, быть может, в таком свете, какого ты не брал в расчет до сих пор.

Дело не в «отождествлении» с чем-либо или с кем-либо, тебе чуждым. Но может вдруг статься, что ты откроешь вновь твою жизнь, то, что всего прочего тебе *ближе*, следя за тем, как я переоткрываю свою на страницах «РС» вплоть до этих самых строк, сию минуту возникающих на листе.

3.

Прежде всего, «РС» — это *раздумья* обо мне самом и о моей жизни. Тем самым, это и *свидетельство*, причем двух сортов. Это свидетельство о моем *прошлом*, на которое опирается основной груз моих раздумий. Но в то же время это и свидетельство о самом что ни на есть *настоящем* — об этих самых мгновеньях, когда я пишу и рождаются страницы «РС» на протяжении часов, дней и ночей. Эти страницы — надежные свидетели моих долгих размышлений о своей жизни, как она протекала в действительности (и как течет по сей день…).

Эти страницы не содержат литературных претензий. Они представляют собой *документ* обо мне самом. Я позволил себе изменить в нем что бы то ни было лишь в самых узких пределах[7] (особенно для некоторых стилистических поправок). Если он на что и претендует, то на одну только достоверность. А это немало.

С другой стороны, в документе этом нет ничего от «автобиографии». Из него ты не узнаешь ни даты моего рождения (которая нужна разве затем, чтобы составлять гороскопы), ни имен моих отца и матери, ни того, чем они занимались в жизни, ни как звали ту, которая стала моей женой, ни имен других женщин, сыгравших важную роль в моей судьбе, или детей, рожденных от этих любовных союзов, ни куда вели выбранные ими пути. Не то чтобы это мало для меня значило когда-то или не сохранило своей значимости по сей день. Но так уж начинались и по такой дороге пошли мои раздумья, что ни одной минуты я не чувствовал стремления хоть бы и слегка погрузиться в описания людей и событий. Еще меньше смысла я видел в том, чтобы добросовестно выписывать в ряд имена и цифры.

Мне ни разу не показалось, что тем самым я мог бы скорее приблизиться к своей цели. (При всем при том на немногих предшествующих страницах мне случилось, словно себе же наперекор, привести больше реальных подробностей из своей жизни, чем, быть может, на тысяче последующих…)

И если ты спросишь меня, что же это за цель я преследую на протяжении тысячи страниц, я отвечу: рассказать, и тем самым *обнаружить*, кое-что о *путешествиях по внутреннему миру*, а это и есть моя жизнь. Этот рассказ-свидетельство проистекает именно на тех двух уровнях,

[7]Так, возможные исправления ошибок (фактических, во взгляде на вещи и пр.) не вводятся ретушевкой первого наброска, а появляются в виде сносок внизу страницы или во время позднейшего возвращения к тому же вопросу.

о которых я только что говорил. Это отчет о приключениях прошлого, до самых его корней с началом в моем младенчестве. Но это и продолжение — и обновление — того же самого путешествия в течение тех мгновений, тех дней, когда я пишу «РС» как самопроизвольный отклик на резкий вызов, брошенный мне внешним миром[8].

От внешних событий раздумья питались лишь постольку, поскольку некоторые из них вызывали неожиданные повороты в моих путешествиях по дорогам внутреннего мира, или помогали кое-что прояснить. Похороны с разграблением моего математического труда, о которых здесь долгий еще пойдет разговор, явились таким событием. Они вызвали во мне бурю в ответ, и чувство оскорбленного «я» мобилизовало полки — но в то же время благодаря им мне открылись неведомые до сей поры, глубокие связи, не прерывавшиеся между мной и результатами моего труда.

Конечно, то, что я числюсь в «китах» математики, само по себе не повод (плохой повод, по меньшей мере), чтобы вызвать у тебя интерес именно к моим «путешествиям» — так же как и то, что у меня случались неприятности с коллегами после смены среды обитания и стиля жизни. У меня, между прочим, хватало коллег и даже друзей, находивших, что публично выставлять напоказ эти «состояния души» (как они говорили) более чем нелепо. Дескать, «результаты» — вот что важно. «Душа», — то есть то, от чьего движения в нас происходят на свет «результаты», — наряду с самыми разнообразными сопутствующими чудесами (в нас — так или иначе живущих произведением результатов) оказывается объектом пренебрежения, если не открытой насмешки. Выдается это за скромность. Мне же видятся здесь приметы бегства, и притом до странности беспорядочного, от самого воздуха, которым мы дышим. Пишу я, и это наверное, не для того, кто поражен этим видом скрытого презрения к самому себе — его болезнь вынудила бы его пренебречь тем лучшим, что я способен предложить. Болезнь презрения к тому, что в действительности составляет *его собственную жизнь* так же, как и мою: к движениям поверхностным и глубоким, утонченным или грубым, оживляющим психику, и именно к *душе* — той, что накапливает опыт и противится ему, той, что вдруг застывает, как лед, не дыша; расцветает и складывает лепестки — той, что, учась, узнает...

Рассказывать о происшествиях во внутреннем мире можно лишь тому, кто пережил нечто сходное, и никому иному. Но даже тогда, когда такой рассказ ведется только для себя самого, редко бывает, чтоб он нет-нет да и не соскользнул бы в привычную колею *мифа*, герой ко-

[8] Для уточнений по поводу «резкого вызова» см. «Письмо», особенно разделы 3–8.

торого и есть сам рассказчик. Не творческим воображением народа, создающего культуру, рождается такой миф, но тщеславием тех, кто не посмел взглянуть в глаза куда как скромной действительности, предпочтя подменить живое творение своего духа мертвой конструкцией. Но рассказ *правдивый* (если он возможен) о приключениях, пережитых на самом деле, представляет собою ценность. Она определяется не престижем (заслуженным или нет) автора, а самим фактом *существования* такого рассказа, с правдивостью, его отличающей. Подобное свидетельство равно драгоценно, исходит ли оно от человека знаменитого, даже прославленного, или от незаметного служащего без перспектив, обремененного семьей — или от преступника, нарушившего закон.

Если для других такой рассказ полезен, то прежде всего тем, что предоставляет случай вновь столкнуться с его сюжетом в самих себе, читая это свидетельство — повествование без прикрас о том, что некто испытал. То есть (иными словами) перечеркнуть, быть может, в себе (хоть бы и только на время прочтения книги) презрение к *своему собственному приключению*, и к той самой «душе», для которой он и пассажир, и капитан...

4.

Говоря о своем прошлом как математика и затем раскрывая (вопреки своему желанию) интриги и секреты, связанные с грандиозными Похоронами дела моей жизни, я, не стремясь к тому, написал картину на сюжет, принадлежащий к определенной среде и эпохе, отмеченной смещением неких ценностей — из тех, что придают смысл человеческому труду. Такого рода «картина нравов», набросанная по контурам «хроники происшествий», без сомнения, уникальна в истории «Науки». То, что я успел сказать выше, предупреждает весьма недвусмысленно о том, что в «РС» ты не найдешь «досье» по поводу некоего «дела», едва ли заурядного — рассказа, который наскоро ввел бы тебя в курс событий. Тот же, кто займется все-таки поисками такого досье, пройдет с закрытыми глазами почитай что мимо всего, что составляет суть и плоть «РС».

Как намного подробнее объясняется в моем «Письме», «расследование» (или «картина нравов») — это главным образом части II и IV, «Похороны (I), или Платье голого короля» и «Похороны (III), или Четыре Действия». Страница за страницей я упрямо вытаскиваю на свет множество сочных (чтоб не сказать больше) фактов, и стараюсь кое-как по мере прибывания расставить их по местам. Мало-помалу факты эти складываются в общую картину, постепенно выходящую из тумана, так что краски ее делаются все живей, а контуры — все отчетливей. В этих записках, со дня на день, «голые факты», чуть только будучи выявлены, безнадежно переплетались с личными воспоминаниями, с комментариями и размышлениями психологического, философского и даже (иногда) математического толка. Вот та́к оно, и что я могу!

Когда я уже закончил работу, которая больше года держала меня в напряжении, составление досье в стиле «результаты расследования» должно было бы представлять собой дополнительный труд на несколько часов — может быть, дней — в зависимости от любознательности и взыскательности читателя, в том заинтересованного. Был период, когда я очень старался его составить, это пресловутое досье. Это было, когда я начал писать примечание, которое собирался назвать «Четыре Действия»[9]. Но нет, и ничего нельзя было поделать. У меня не получилось! Решительно, это не мой стиль, и теперь, на старости лет, менее, чем когда-либо. Но думаю, что на сегодняшний день, учитывая «РС», я довольно потрудился на пользу «математического сообщества», чтобы с чистой совестью предоставить другим (если среди моих коллег найдутся те, кто почувствуют к этому интерес) позаботиться о составлении такого «досье», какое потребуется.

5.

Пришла пора посвятить несколько слов моему математическому труду, который занимал и продолжает занимать (к моему собственному удивлению) важное место в моей жизни. Я возвращаюсь к нему не раз на страницах «РС» — иногда на языке, понятном всякому, еще кое-где — немного техническом[10]. В этих последних случаях большая часть того, что я излагаю, окажется чересчур сложной не только для одних «непосвященных», но даже для коллег-математиков так или иначе «не в струе» той области науки, о которой пойдет речь. Само собой, ты можешь перелистнуть без лишних слов те страницы, которые тебе покажутся чересчур «мудреными». Но ты можешь и просмотреть их, уловив (как знать заранее?) в каком-то отрывке отражение «таинственной красоты» (как написал мне один мой друг, не математик по профессии) мира математических сущностей, возникающих наподобие «странных, недостижимых островов» в широко раскинувшихся зыбких водах раздумья.

Большинство математиков, как я уже говорил недавно, в мире по-

[9]ожидаемое примечание по завершении вылилось в часть IV «РС», состоящую из 70 примечаний, растянувшуюся на добрые четыреста страниц.

[10]В равной мере и здесь, и там в дополнение к математическим обзорам уже завершенного мной труда содержатся новые математические разработки. Из них самая длинная — «Пять фото (кристаллы и $\mathcal{D}$-модули)» в «РС» IV, примечание n° 171 (ix).

нятий ограничили сами себя жесткими рамками, затворившись во *Вселенной*, обустроенной раз и навсегда — в сущности той самой, которую нашли «совсем готовой», когда принимались за свои ученые изыскания. Они словно бы получили в наследство большой и красивый дом со всеми удобствами, с гостиными, кухнями и мастерскими, наборами кухонной посуды, с общедоступными инструментами — да и со всем, право же, из чего мастерят и готовят. Но каким образом постепенно, из поколения в поколение, строился этот дом, как и почему были задуманы и изготовлены эти инструменты (а не другие...), почему комнаты размещены и устроены здесь так, а там иначе — вот сколькими вопросами наследникам никогда и в голову не приходило задаться. Вот та «Вселенная», «данность», в которой должно жить — точка, и все! Нечто как будто бы великое, огромное (и это ведь, как правило, долгое дело — обойти все комнаты), но *привычное* в то же время, а главное — *неизменное*. Если они о чем и хлопочут, то о том, чтобы содержать в порядке и украшать наследное достояние: починить колченогий стул, оштукатурить фасад, подточить инструмент, иногда даже, в случае чьей-нибудь особенной предприимчивости, изготовить в мастерской полный набор новой мебели. И так выходит, когда они все устроят, что мебель теперь — сама красота, да и весь дом оказывается разукрашенным.

Еще реже один из них задумывает внести изменения в устройство какого-нибудь инструмента из запаса, или даже, под настойчивым давлением необходимости, придумать и изготовить новый. И, взявшись за это, он только что не рассыпается в извинениях за то, что им ощущается как преступление, недостаток благоговения к семейной традиции, в которую его странное новшество привносит как будто бы некоторый беспорядок.

В большинстве комнат этого дома окна и ставни накрепко закрыты — несомненно, из страха, как бы не ворвался ветер со стороны. И когда красивая новая мебель, не говоря уже о потомстве, начинает загромождать дом, всюду, вплоть до самых коридоров, становится не пройти, ни один из этих наследников не пожелает дать себе отчет в том, что его уютная, привычная Вселенная делается тесной и сковывает движения. Скорее, чем стараться разрешить эту незадачу, все они предпочтут, протискиваясь, пробираться как-нибудь, кто между буфетом Людовика XV и плетеным креслом-качалкой, кто между сопливым мальчуганом и египетским саркофагом; и кто-то еще наконец, за неимением лучшего, полезет, карабкаясь изо всех сил, на груду самых разнородных предметов, роняя стулья, круша скамейки...

Небольшая картина, которую я набросал, не содержит ничего, что было бы спецификой лишь математического мира. На ней отражено древнее, с незапамятных времен укоренившееся положение дел, с каким можно столкнуться в любой среде, во всех сферах человеческой деятельности, причем (насколько я знаю) всех обществ и всех эпох. Я уже намекал на это — и сам ни в коей мере не претендую на роль исключения. Как покажет мое свидетельство, справедливо как раз обратное. Случилось всего лишь так, что в сравнительно ограниченной области интеллектуального творчества я оказался не слишком серьезно затронут[11] именно этими старинными уложениями, которые можно было бы назвать «культурной слепотой» — неспособностью видеть (и двигаться) за пределами «Вселенной», установленными культурным окружением.

Что до меня, я ощущаю свою принадлежность к роду математиков, чье наслаждение и чье стихийное призвание — беспрестанно строить новые дома[12]. Вступив на дорогу, они не могут удержаться от того, чтобы походя не изготовить инструментов, орудий, приборов, предметов мебели, необходимых как за тем, чтобы построить дом от основания до крыши, так и для того, чтобы уснастить в изобилии будущие кухни и мастерские и обустроить дом, и жить в нем в радости и довольстве. Однако, когда все до последнего водосточного желоба, до последнего табурета уже установлено, редко бывает, чтобы работник надолго задерживался там, где каждый камень и каждое стропило несут следы руки, трудившейся над ними. Его место — не в тишине готовых, с иголочки, вселенных, как бы ни были те радушны и гармонично устроены, его ли собственными руками или трудом его предшественников. Ведь иные задачи уже зовут его к новым постройкам; напор их нужд, властный и настойчивый, ясно ощутим, быть может, для него одного. Или (еще чаще) ему, и только ему, дано предчувствовать заранее, с какой стороны на сей раз донесется их повелительный зов. Его место — открытый воздух. Он друг ветру, и ему ни капли не страшно остаться наедине со своим делом хоть на месяцы, хоть на годы, а хоть бы и на всю жизнь, если не придет на выручку желанная смена. У него только две руки, как у всякого, можно не сомневаться, но две руки, каждую минуту ищущие, чем бы заняться, не пренебрегающие ни грубой, ни тонкой работой, не устающие исследовать и обновлять знания о бесчисленном множестве непрестанно манящих неизведанностью тайн вокруг, строить модели и перестраивать. Две руки — пожалуй что немного, ведь мир бесконечен. От века его им не исчерпать! А все же, две руки — это и немало…

[11]Главная тому причина мне видится в наличии определенного благоприятного климата, окружавшего меня в детстве, начиная с пятилетнего возраста. См. по этому поводу примечание «Невинность» (РС III, n° 107).

[12]Этот образ-архетип строящегося дома в первый раз всплыл на поверхность и нашел словесное выражение в примечании «Инь-слуга и новые хозяева» (РС III, n° 135).

Я не силен в истории, но если нужно назвать математиков из этого рода, сами собой на ум приходят имена Галуа, Римана (из предыдущего столетия), Гильберта (начало нашего века). Если искать их среди тех старших математиков, которые приняли меня с моих первых научных шагов в математическое сообщество[13], то прежде всех других передо мной встает имя Жана Лерэ, несмотря на то, что наши встречи с ним были редкими и не более чем эпизодическими[14].

Я набросал здесь в общих чертах два портрета: математика-домоседа, который довольствуется тем, чтобы содержать в порядке и украшать наследное имущество, и строителя-первопроходца[15], который не может отказать себе в том, чтобы беспрестанно преодолевать границы «кругов невидимых, но властных» — тех, что ограничивают Вселенную[16]. Их также можно называть «консерваторами» и «новаторами» — немного броско, но наводит на размышления. Существование тех и других по-своему оправдано, каждому предназначена своя роль в том самом общем предприятии, что длится вот уж которое поколение, веками, тысячелетиями. В период расцвета науки или искусства между этими характерами не бывает ни противопоставления, ни антагонизма[17].

---

[13]Я рассказываю об этих шагах в разделе «Долгожданный иностранец» (РС I, §9).

[14]Это не помешало мне (вслед за Картаном и Серром) войти в число тех, кто активнейшим образом применял, пропагандировал и способствовал развитию одного из важнейших новаторских понятий, введеных Лерэ, то есть понятия пучка, занявшего место в ряду главных инструментов для моего труда, посвященного геометрии. Оно же снабдило меня ключом к расширению понятия пространства (топологического) до понятия топоса, о котором пойдет разговор ниже.

Образ Лерэ, впрочем, кажется, расходится с портретом «строителя», мною набросанным — в том месте, где говорится о работе над домом от самого фундамента до крыши. Он, скорее, не мог удержаться и закладывал обширные фундаменты в таких местах, где никому это и в голову не могло прийти, предоставляя другим позаботиться о дальнейшем строительстве и, когда дом уже готов, обживать эти места (не более чем временное пристанище)...

[15]Крадучись в обход прямого смысла, тайком, я соединил в этом месте два мужественно звучащих наименования («строитель» и «первопроходец»), которые отражают, однако, весьма различные аспекты импульса к открытию — более тонкие по своей природе, чем эти два слова способны передать. Нам еще предстоит с этим столкнуться во время прогулки-раздумья, на этапе «Открытие Матери, или два склона» (§17).

[16]Тем самым он невольно устанавливает в этой древней (если не для него самого, то, по крайней мере, для менее подвижных его сородичей) Вселенной новые границы, новые круги, конечно, просторнее прежних, но столь же невидимые, столь же властные, как и те, которые он, восстав, смог лишь заменить.

[17]Именно так обстояли дела в математике в период с 1948 по 1969 год, чему я был непосредственным свидетелем, когда сам входил в математическое сообщество. После моего ухода в 1970 году наблюдалось что-то похожее на широкомасштабное сопротивление, вроде «всеобщего презрения», по отношению к «идеям» вообще, и

Будучи различны между собой, они взаимно дополняют друг друга, как дрожжи и тесто.

Между этими двумя крайними (но отнюдь не противоположными по природе) типами размещен, само собой, весь диапазон характеров промежуточных. «Домосед», который и в мыслях не держит покинуть привычное обиталище, не говоря уже о том, чтобы взвалить на себя труд пойти и построить новое Бог весть где, не замедлит, однако, когда уж и впрямь становится тесно, взять в руку мастерок, чтобы привести в порядок погреб или чердак, надстроить этаж, и даже при необходимости пристроить к стенам какое-нибудь подсобное помещение скромных размеров[18]. Не будучи строителем в душе, он зачастую все же смотрит с сочувствием во взоре, во всяком случае без тайного беспокойства или осуждения, на того, кто, бывало, делил с ним кров, а теперь горбит, собирая балки и камни в какой-то непостижимой глухомани с таким видом, будто узрел там дворец...

6.

Вернемся, однако же, к моей персоне и моему труду. Если я отличился в математическом искусстве, то не столько за счет умения и настойчивости в разрешении проблем, завещанных моими предшественниками, сколько благодаря природной склонности, позволявшей мне видеть *вопросы*, заведомо узловые, которых не замечал никто, извлекать на свет *полезные понятия*, в которых была нужда (зачастую никто об этом не задумывался, пока не появлялось новое понятие), а также *удачные формулировки*, никому до тех пор не приходившие в голову. Весьма нередко понятия и формулировки собирались в картину настолько стройную и безукоризненную, что про себя я уже нимало не сомневался в их правильности (разве что с точностью до небольших поправок) — и тогда, если речь не шла о работе над отдельными статьями, предназначенными для публикации, я часто позволял себе остановиться и не тратить время на доказательства: ведь многие из них в ясной уже перспективе утверждения и соответствующего ему контекста, не требуя более «мастерства», становились едва ли не простой рутиной. Объектам, завораживающим

особенно к важнейшим новаторским идеям, мною предложенным.

[18]Большинство моих старших коллег (о чем говорится, например, в разделе «Желанный долг», Введение, §10) относятся к этому промежуточному типу. В особенности мне приходят на ум Анри Картан, Клод Шевалле, Андре Вейль, Жан-Пьер Серр, Лоран Шварц. Впрочем, они все, кроме, быть может, Вейля, сочувственным взглядом, «не тая ни тревоги, ни укора», провожали меня в мои уединенные походы за приключениями.

взгляд, несть числа; возможно ли ответить до конца на каждый призыв! При всем том предложения и теоремы, доказанные честно, как полагается, исчисляются тысячами в моих работах, написанных и опубликованных — и думаю, можно сказать, что за небольшим исключением все они вошли в общую наследную копилку вещей, обыкновенно принимаемых как «известные», и так или иначе широко используемых повсюду в математике.

Но еще сильнее, чем об обнаружении новых вопросов, открытии понятий и утверждений, — о плодотворных *точках зрения*, неизменно ведущих меня к тому, чтобы представлять и в той или иной мере развивать совершенно новые *темы*, — вот о чем печется мой дух, и вот к чему в особенности устремлены усилия моего таланта. Похоже, что это и есть самая существенная часть моего вклада в современную математику. По правде говоря, бесчисленные вопросы, понятия, утверждения, о которых я толкую, приобретают для меня смысл лишь в свете такой вот «точки зрения» — или, лучше сказать, они *рождаются* вдруг, с силой очевидности; точь-в-точь как в черной ночи возникший свет, пускай рассеянный, словно бы рождает из ничего те самые очертания, расплывчатые или отчетливые, которые посреди темноты неожиданно открываются нам. Без такого света, который соединял бы их в общую картину, десять ли, сто ли, тысяча вопросов, понятий, утверждений нагромождаются бессвязной и бесформенной грудой «умственных приспособлений», отделенных друг от друга — совсем не так, как части единого *Целого*, которые если и прячутся, желая остаться невидимыми, в складках ночной завесы, то ощущаются тем самым не менее ясно, и в предчувствии дают о себе знать.

Когда точка зрения плодотворна? Тогда, когда она раскрывает нам живые, действующие части объединяющего и придающего им смысл Целого. Это, во-первых, жгучие вопросы, никем еще не услышанные, и (как если бы в ответ на эти вопросы) понятия до того уже естественные, которые, однако, никому и в голову не приходило извлечь на свет. В тот же список входят утверждения, на первый взгляд само собой разумеющиеся, которые, однако, до сих пор никто не рискнул сформулировать. Во-вторых, когда она проливает свет на породившие их проблемы, вместе с понятиями, ранее неизвестными, позволившими их выразить математическим языком. В еще большей степени, чем так называемые ключевые теоремы в математике, плодотворные точки зрения в нашем искусстве суть[19] самые мощные инструменты. Или, еще точнее, они —

[19]Конечно, это справедливо не для одного только «нашего искусства», но и (как мне кажется) для всякого труда, связанного с открытием, по крайней мере из рода

глаза искателя, страстно желающего познать природу объектов, составляющих математику.

Итак, плодотворная точка зрения есть не что иное как пресловутый *глаз*, благодаря которому мы одновременно *открываем* и *прозреваем единство* во множественности открывшегося нам. И это единство — воистину сама жизнь, дуновение, которое, складывая бесчисленные осколки в целое, вдыхает в них душу.

Но, как это заложено в самом названии, «точка зрения» сама по себе остается частичной. Она предлагает нам *один из видов* пейзажа или панорамы среди множества других столь же ценных, столь же «настоящих». Именно в той мере, в какой точки зрения, сочетаясь, дополняют друг друга до самой реальности, читай — множится число наших «глаз», наш взгляд проникает глубже в суть вещей. Чем сложней и богаче реальность, которую мы стремимся познать, тем важнее иметь в распоряжении несколько «глаз»[20], дабы постичь всю широту ее — и всю изысканность.

И случается иногда, что связка точек зрения, сходящаяся над одним и тем же обширным пейзажем, при посредстве которой нам удается ловить *Единое* во множестве, дает начало вещи совершенно новой, превосходящей каждую из отдельных перспектив, точь-в-точь как живое существо больше любой своей конечности, любого органа. Эту новую вещь можно назвать *ви́дением*. Видение объединяет уже известные точки зрения, которые его воплощают, и открывает нам иные, до сих пор неведомые, совершенно так же, как плодотворная точка зрения позволяет нам обнаружить и воспринять как часть единого Целого множество новых вопросов, понятий и утверждений.

Иначе говоря, по отношению к точкам зрения видение, которое кажется из них вытекающим и которое их объединяет, является тем же, что есть яркий и теплый дневной свет для различных составляющих солнечного спектра. Видение широкое и глубокое — как неисчерпаемый *источник*, созданный, чтобы наделять ясностью и вдохновением труд не только лишь того, в чьей душе от него родился свет, что носят в себе его служители, но и целых поколений, очарованных, быть может (как и он сам когда-то), дальними пределами, смутно различимыми в этом свете…

умственного познания.

[20]Всякая точка зрения приводит к развитию *языка*, на котором она может быть выражена, именно ей присущего. Иметь несколько «глаз», или «точек зрения», для изучения ситуации означает также (по крайней мере в математике) располагать *несколькими различными языками*, чтобы подойти к ней со всех сторон.

7.

«Продуктивный» период моей математической деятельности, то есть подкрепленный статьями, написанными как полагается — это время с 1950 по 1969 год, всего двадцать лет. И в течение двадцати пяти лет, с 1945 (когда мне стукнуло семнадцать) по 1969 (когда мне перевалило за сорок два), свою энергию я вкладывал практически полностью в математические исследования. Вклад и впрямь чрезмерный. Я за него заплатил долговременным духовным застоем, постепенным «очерствлением», о котором не раз говорится на страницах «РС». И все же, внутри ограниченного поля чисто умственной деятельности, что касается зарождения и возмужания видения, обращенного в один только мир математики, это были годы интенсивного творчества.

В течение этого долгого периода моей жизни как время мое, так и энергия почти целиком были посвящены работе над отдельными статьями: тщательному труду по изготовлению, складыванию вместе и притиранию частей, как того требовала постройка домов, снабженных всем необходимым сверху донизу; меня к ней звал внутренний голос (или демон?) — господин управляющий работ, идеи которых он же мне и подсказывал по мере того, как двигалось дело. Занятый встававшими передо мной одна за другой задачами камнетеса, каменщика, плотника, даже водопроводчика, столяра и краснодеревщика, редко когда я имел досуг изложить черным по белому, хоть бы и в общих чертах, генеральный план, никем, кроме меня, (как это выяснилось позже) не видимый, который на протяжении дней, месяцев и лет водил моей рукою с уверенностью сомнамбулы[21]. Надо сказать, что работа над статьями, которую

[21]Образ сомнамбулы был мне навеян названием замечательной книги Кестлера «Сомнамбулы» (изд. Кальман Леви), представляющей собой «Очерк истории концепций Вселенной» (со времен зарождения научной мысли до эпохи Ньютона). Одна из особенностей этой истории поразила Кестлера, а именно — до какой степени иногда путь от одной точки на маршруте познания мира до другой, как будто бы (по логике вещей и в перспективе многих лет) к ней совсем близкой, претерпевает немыслимые повороты, словно нарочно бросая вызов здравому смыслу; и как при этом, пройдя тысячу поворотов и, кажется, заблудившись безвозвратно, с «уверенностью сомнамбулы» люди, которые отправлялись на поиски «ключей» к устройству Вселенной, натыкались, как бы вопреки себе и часто не отдавая себе в том отчета, на *другие* «ключи», существования которых они решительно не предвидели, и которые, однако, оказываются «подходящими».

Судя по тому, что я мог наблюдать вокруг себя, в математике эти головокружительные повороты на пути к открытию случались и с искателями большого масштаба, но никак не со всеми. Это могло быть связано с тем, что два или три столетия тому исследования в естественных науках, и особенно в математике, оказались свободными от догм, религиозных или метафизических, присущих данной эпохе, которые всегда служили мощными тормозами развития (будь оно на пользу или во вред) я вел с любовным тщанием, сама по себе мне отнюдь не неприятна. К тому же при том способе выражения мыслей в математике, который исповедовался и применялся моими старшими коллегами, предпочтение отдавалось (чтоб не сказать больше) технической стороне работы и нимало не поощрялись «отступления». Последние, как правило, подробно останавливаются на «мотивировках»; но даже те из них, что претендуют на роль проводника в тумане, в действительности просто толкуют о прячущемся там образе не то призраке. Картина, которую они рисуют, может быть, и вдохновляющая, но она далека от воплощения в осязаемую конструкцию из дерева, или камня с цементом, чистую и прочную — так что все это похоже скорее на обрывки мечты, чем на труд мастера, усердный и добросовестный.

На количественном уровне моя работа в эти годы интенсивного творчества имела конкретные результаты прежде всего в виде нескольких десятков тысяч страниц публикаций, в форме статей, монографий и записок семинаров[22], и сотен, если не тысяч, новых понятий, вошедших в общую копилку под теми самыми названиями, которые они получали от меня по выходе в свет[23]. Очень вероятно, что во всей истории мате-

---

«научного» понимания Вселенной. Верно, впрочем, и то, что для того, чтобы некоторые идеи и понятия в математике, наиболее фундаментальные и очевидные (как, например, понятие перемещения, группы, числа нуль, действия с буквенными выражениями, понятие координат точки в пространстве, множества или топологической «формы», не говоря уже об отрицательных и комплексных числах), появились на свет, потребовались тысячелетия. Это столь же убедительные признаки наличия давнего «блока», глубоко укоренившегося в психике препятствием к восприятию новых идей, даже когда они по-детски просты и просятся в мир настойчиво, с силой очевидности — на протяжении поколений, даже тысячелетий…

Возвращаясь к моему собственному труду, должен сказать, что, как мне кажется, «срывы» (они у меня случались, пожалуй, чаще, чем у большинства моих коллег) в нем ограничивались исключительно отдельными деталями, и обычно я сам же вскорости их исправлял. То были попросту «пустячные происшествия» чисто локальной природы, без серьезных последствий для справедливости основных догадок по поводу исследуемой ситуации. Напротив, на уровне идей и глобальных руководящих предчувствий мой труд, представляется мне, свободен от всяческого рода «промахов», как бы невероятно это ни звучало. Эта уверенность, неизменно и безошибочно открывавшая мне всякий раз если не конечные *результаты* предприятия (они как раз чаще всего оставались скрытыми от взгляда), то по меньшей мере *направления* наиболее плодотворные, а те уже вызывались вести меня непосредственно к вещам *основным* — эта самая уверенность и пробудила в моей памяти образ Кестлеровской «сомнамбулы».

[22]Начиная с шестидесятых годов, часть из них написана совместно с коллегами (прежде всего Ж. Дьедонне) и учениками.

[23]Важнейшим из этих понятий сделан обзор в «Тематическом очерке» и в сопровождающем его «Историческом комментарии», которые будут включены в четвертый том «Раздумий». Некоторые из названий были мне предложены друзьями и учени-

матики я — человек, введший в нашу науку самое большое число новых понятий, и тем самым одновременно тот, кто изобрел больше всех новых названий, стараясь, как мог, чтобы они выражали суть этих понятий не без тонкости и так, чтобы наводить на размышления.

Эти показатели, целиком «количественные», дают лишь грубое представление о моем труде, проходя мимо того, что действительно составляет душу, жизнь и силу. Как я только что говорил, лучшее из того вклада, что я внес в математику, суть новые *точки зрения*, которые мне удалось сначала угадать в темноте, а затем терпеливо *извлечь* на свет и развить в какой-то мере. Как и те понятия, о которых здесь шла речь, новые точки зрения, представленные в великом множестве весьма разнообразных ситуаций, числом своим приближаются к бесконечности.

Существуют, однако, более широкие точки зрения, которые сами по себе порождают и объединяют множество более частных, в огромном числе ситуаций совершенно различных. Такую точку зрения можно также назвать *концепцией* с полным на то основанием. В силу своей плодовитости она дает жизнь обильному потомству идей, которые наследуют ее плодовитость, но в большинстве своем (если не все до одной) менее обширны по значимости, чем материнская идея.

Что же до того, чтобы *выразить* идею, «высказать» то есть, то это часто почти такая же тонкая штука, как и само ее зачатие и медленное вынашивание в том, кого она осенила. Или, лучше сказать, этот тяжкий труд вынашивания и формирования есть не что иное, как процесс «выражения» идеи: труд, состоящий в том, чтобы терпеливо, день за днем, высвобождать ее из пелены тумана, что окружала ее с самого рождения, добиваясь понемногу придания ей осязаемой формы. Картина становится богаче красками, крепнет, ее рисунок делается резче и тоньше на протяжении недель, месяцев и лет. Просто *назвать* идею какой-нибудь выразительной формулировкой или ключевыми фразами, более или менее техническими, может быть делом нескольких строчек, даже страниц — но из тех, кто не знаком уже с ней достаточно хорошо, немногие смогут, услышав такое «имя», восстановить по нему лицо. И когда идея достигает полной зрелости, сотни страниц может оказаться достаточно, чтобы ее выразить, к полному удовлетворению работника, в чьей душе она зародилась — и точно так же может не хватить десяти тысяч страниц, тщательно взвешенных и обработанных[24].

ками, как, например, термин «гладкий морфизм» (Ж. Дьедонне) или набор понятий «ситус, стэк, джерб, связка», получивших развитие в диссертации Жана Жиро.

[24]К тому моменту, как я покинул математическую сцену в 1970 году, общая масса моих публикаций (многие из которых написаны в соавторстве), имеющих центральной темой *схемы*, должно быть, составляла около десяти тысяч страниц. Это, од-

И в том, и в другом случае среди тех, кто берется ознакомиться с трудом, представляющим идею, которая встала наконец во весь свой рост, как большой строевой лес, вдруг возросший на пустынной земле — многие, можно поручиться, отчетливо увидят все деревья, стройные и могучие, и найдут им применение (кто захочет на них взобраться, кто станет выделывать из них балки и доски, а кто-то еще, нарубив дров, разожжет огонь у себя в камине...). И все же редки те, что сумеют увидеть лес.

8.

Пожалуй, можно сказать, что «концепция» есть не просто новая точка зрения, показавшая себя плодотворной, но еще и такая, за которой, ее воплощением, входит в науку новая и широкая тема. И всякая наука, если понимать ее не как инструмент власти и могущества, но как путешествие-приключение человеческого сознания, предпринятое века тому назад — есть не что иное, как гармония (бедней она или богаче — уж какая эпоха), которая разворачивается перед нами, пока мы размениваем столетья и поколения, изысканным контрапунктом всех этих тем, вступающих поочередно — словно бы призванных из небытия, чтобы, переплетясь друг с другом, слиться в ней.

Среди многочисленных новых точек зрения, введенных мной в математику, есть, как видно в перспективе лет, *двенадцать* таких, которые я бы назвал концепциями[25]. Представить себе мой математический труд,

---

нако, лишь скромная часть программы широкого размаха, относящейся к схемам, которую я видел перед собой. Эта программа была заброшена на неопределенное время, начиная с моего ухода со сцены, невзирая на тот факт, что, если не считать совсем немногих вещей, *все*, что было мною развито и уже опубликовано для того, чтобы затем поступить во всеобщее распоряжение, вошло в общую копилку понятий и результатов, обычно используемых как «хорошо известные».

Уже та часть моей программы, касающейся теории схем, ее дальнейшего развития и ее ответвлений, которую я завершил на момент ухода, представляет собой наиболее объемный труд над основами, когда-либо осуществленный в истории математики, и заведомо один из самых обширных в истории Наук.

[25]Вот, для заинтересованного читателя-математика, список этих двенадцати главных идей, или «ключевых тем» моего труда (в хронологическом порядке их появления):

1. Топологические тензорные произведения и ядерные пространства.
2. «Непрерывная» и «дискретная» двойственность (производные категории, «шесть операций»).
3. «Йога» Римана-Роха-Гротендика (K-теория, связь с теорией пересечений).
4. Схемы.
5. Топосы.

его «почувствовать», значит увидеть и почувствовать мало-мальски хотя бы некоторые из идей и соответствующих им главных тем, составивших основу его и душу.

Силою обстоятельств некоторые из этих идей «главнее», чем другие (которые, в свою очередь, тем самым менее значительны). Иными словами, среди новых тем, о которых шла речь, попадаются те, что шире остальных, и те, что глубже проникают в сердце математических тайн[26]. Есть три (и не последние по масштабу, на мой взгляд), которые,

---

6. Этальные и l-адические когомологии.

7. Мотивы и мотивная группа Галуа ($\otimes$-категории Гротендика).

8. Кристаллы и кристальные когомологии, йога «коэффициентов де Рама», «коэффициентов Ходжа».

9. «Топологическая алгебра»: ∞-стэки, derivateurs; когомологический формализм топосов как основа для новой гомотопической алгебры.

10. Ручная топология.

11. Йога анабелевой алгебраической геометрии, теория Галуа-Тейхмюллера.

12. «Теоретико-схемная», или «арифметическая» точка зрения на правильные многогранники и правильные конфигурации произвольного рода.

Если не считать первой из этих тем, важная часть которой вошла в мою дисертацию (1953), и которая получила развитие в период, когда я занимался функциональным анализом (с 1950 по 1955 г.), все одиннадцать остальных явились на свет в период моих занятий геометрией, начиная с 1955 года.

[26]Из этих тем наиболее *обширной* по своей *значимости* мне представляется тема *топосов*, которая осуществляет идею синтеза алгебраической геометрии, топологии и арифметики. Самой объемной по числу приложений, получивших развитие уже на настоящий момент, оказалась теория схем. (См. по этому поводу сноску на предыдущей странице.) Именно она в полном смысле слова составила среду обитания еще восьми из рассматриваемых тем (то есть всех остальных, кроме первой, пятой и десятой) и в то же время обеспечила центральное понятие для полнейшего обновления алгебраической геометрии и ее языка.

Напротив, первая и последняя из двенадцати тем кажутся мне по своему масштабу скромнее прочих. И все же, если говорить о последней, представившей новый взгляд на весьма древнюю проблему правильных многогранников и конфигураций — сомневаюсь, что математику, который ей одной посвятил бы себя душой и телом, хватило бы жизни на то, чтобы ее исчерпать. Что касается первой из всех этих тем, топологических тензорных произведений и ядерных пространств, то она скорее играет роль нового инструмента, готового к использованию, чем основы для последующей разработки. При всем том, однако, до меня еще долетают — вплоть до этих последних лет — самопроизвольные отклики более или менее недавних работ, отвечающих (двадцать или тридцать лет спустя) на некоторые из вопросов, которые я тогда оставил неразрешенными.

Наиболее глубокая (на мой взгляд) среди этих двенадцати — тема *мотивов*, то есть та, что теснейшим образом связала *анабелеву алгебраическую геометрию* с *йогой Галуа-Тейхмюллера*.

С точки зрения *технических возможностей инструментов*, совершенно готовых и отшлифованных моими стараниями, и повседневного применения на различных «передовых участках» исследования в течение двух последних десятилетий, *схемы* появившись только после моего ухода с математической сцены, находятся пока в зачаточном состоянии. «Официально» их даже не существует: ведь до сих пор не было не было ни одной выполненной по всем правилам публикации, которая стала бы для них свидетельством о рождении[27]. Среди девяти тем, возникших до моего ухода, три последние, покинутые мною в разгаре роста, остаются еще и по сей день на младенческой стадии — за недостатком любящих рук, какие обеспечили бы всем необходимым этих «сироток», брошенных сводить счеты с враждебным миром[29]. Что же касается других шести, достигших полной зрелости за два десятилетия, предшествовавшие моему уходу — можно сказать, что (с точностью до одной-двух оговорок[30]) они уже сейчас вошли в общую копилку, в чашу, полную опытом привычных знаний. Особенно в среде геометров «все-все-все» пьют из нее в наши дни, не замечая глотков (как это выходило у господина Журдена с прозой), ежедневно и ежечасно. Они стали как воздух, для тех, кто занимается геометрией — или арифметикой, алгеброй и анализом, хоть немного «геометрическими».

Эти двенадцать главных тем моего труда совсем не отделены друг от друга. Для меня они составляют вместе *единство* духа и цели, проходящее всегдашним настойчивым лейтмотивом музыкального фона через весь мой труд, как «записанный» черным по белому, так и не переложенный на слова. Сейчас, когда я пишу эти строки, мне словно бы слышится вновь — как призыв — нота, ведшая тему сквозь те три года бескорыстного («низачем»), страстного, уединенного труда, пора, когда меня еще не тревожил вопрос, есть ли где в мире математики, кроме меня: так сильны были чары, меня захватившие...

и *этальные и l-адические когомологии* представляются мне среди прочих наиболее значительными. Я думаю, что уже сейчас у достаточно осведомленного математика не может быть никаких сомнений в том, что инструмент теоретико-схемный, как и вышедший из него l-адический, оказались в числе серьезных достижений века, исполнивших свежими силами и обновивших нашу науку в ходе последних поколений.

[27]Единственный «полуофициальный» текст, в котором эти три темы мало-мальски обрисованы — «Набросок программы», составленный в январе 1984 года по случаю запроса из CNRS[28]. Этот текст (о нем говорится также в третьем параграфе «Введения», «Компас и багаж») будет в основе своей включен в четвертый том «Раздумий».

[28]Centre national de la recherche scientifique = Национальный центр научных исследований — *прим. перев.*

[29]Схоронив втихомолку, чуть не на другой день после моего ухода, этих трех сирот, двух из них потом вырыли с оркестром, позабыв упомянуть труженика-родителя: одну в 1981 году, и другую (ввиду безусловного успеха предыдущей операции) на год позже.

[30]Оговорки эти относятся прежде всего к йоге дуальности Гротендика (производные категории и шесть операций) и топосов. О них (и еще о многом другом) речь пойдет более подробно в частях II и IV «РС» («Похороны» (1) и (3)).

Это единство — не просто знак самого работника, отметивший все труды, что вышли из-под его руки. Темы связаны между собой бессчетным множеством нитей, тончайших и вместе с тем легко заметных. Они соединены и тесно перевиты друг с другом, но каждая из них распознается без труда, раскрываясь вдруг составной частью сложного контрапункта — в гармонии, которая собирает их всех в одно и придает любой из них смысл, живость движения и полноту, увлекая ее вперед в общем потоке. Каждая отдельная тема словно бы вышла из этой гармонии, и в ней же — ежесекундно — рождается вновь. Но ведь гармония сама, кажется, не более чем «сумма», «итог» составивших ее тем: в самом деле, они появились раньше. А я, сказать по правде, не могу побороть в себе чувства (без сомнения, нелепого), что каким-то образом именно эта гармония, еще не возникнув во плоти, но уже наверное ожидая своего часа внутри неведомого нам лона, среди других идей, готовых родиться — что она-то и побуждала выйти на свет одну за другой все эти темы, предназначенные обрести свой настоящий смысл лишь с ее появлением. И еще чудится мне, что именно ее голос, властный и настойчивый, взывал ко мне уже в те годы пылкого, зачарованного одиночества — на самом пороге моей юности...

Как бы то ни было, двенадцать ключевых тем моего труда все вместе, словно повинуясь тайному велению рока, сложились в одну симфонию — или, если взять другой образ, каждая из них оказалась воплощением одной из точек зрения, в совокупности составивших единое широкое *видение*.

Видение это начало выступать из тумана, а очертания его — становиться узнаваемыми, не раньше, чем к 1957–58 гг., годам напряженного вынашивания идей[31]. Кажется странным, но это видение было настоль-

[31]1957 год — тот самый, когда мне удалось настичь по горячему следу тему «Римана-Роха» (версия Гротендика), которая сразу же принесла мне «всеобщую известность». Это также год смерти моей матери, то есть резко выделенный в моей жизни — и один из наиболее интенсивно творческих, причем не на одной только математической ниве. Двенадцать лет уже шло тому, как все мои силы были вложены в математику. И я вдруг ясно почувствовал, что мои занятия сделали почти «полный оборот» по кругу, так что на часах, пожалуй, время их оставить и взяться за что-то другое. Очевидно, то была потребность духовного обновления, впервые тогда ко мне подступившая. Я собрался было стать писателем, и на многие месяцы прекратил всякую деятельность, связанную с математикой. Под конец я решил, что запишу черным по белому хотя бы те математические работы, какие у меня уже были начаты; без сомнения, дело нескольких месяцев, года самое большее...

Бесспорно, однако, что к безвозвратному скачку на иные круги я тогда еще готов не был. Всякий раз, как я ни пытался взяться снова за математический труд, выходило так, что это он меня захватывал, да накрепко. Еще на двенадцать лет, не выпуская!

ко мне близко, до того ясно и несомненно, что раньше, чем год назад[32], я и не задумывался о том, чтобы дать ему имя. (А ведь как раз одно из моих пристрастий — *называть* вещи, мной обнаруженные: это первейший способ в них разобраться...) Правда, что я не смог бы конкретно указать момент, пережитый мною как внезапное рождение видения, или, оглянувшись назад, в теперешней перспективе узнать и выбрать такую минуту. Новое видение — нечто заведомо слишком обширное, чтобы появиться сразу, в один миг. Ему нужны долгие годы, если не целые поколения, чтобы, проникнув в душу, постепенно завладеть тем или теми, кто неотрывно, внимательно созерцает — как если бы два новых глаза в муках рождались позади прежних, привычных, призванные понемногу их заменить. И, опять-таки, видение слишком объемно, чтобы говорить о возможности уловить его, «схватить», как хватаешь первое же понятие, возникшее из-за поворота на твоей дороге. А значит, в итоге нет ничего удивительного в том, что мысль как-нибудь назвать вещь настолько широкую, близкую и оттого расплывчатую не могла появиться раньше, чем при взгляде уже с некоторого растояния — по истечении промежутка, нужного ей, чтобы достичь настоящей зрелости.

По правде сказать, раньше, чем два года назад, мои отношения с математикой (если не считать преподавательской работы) ограничивались тем, чтобы ее *делать* — повинуясь импульсу, неизменно гнавшему меня *вперед*, в «неизвестность», чей зов был неумолкающим. Не могло быть и речи о том, чтобы остановить этот разбег; задержавшись хотя бы на миг, оглянуться на очертания пройденного пути — даже просто понять, что, собственно, мой труд собой представляет. (То есть определить его место *в моей жизни*, как некоей вещи, все еще связанной со мной глубокими связями, о существовании которых я долгое время не подозревал. И еще — понять его роль в том общем, совместно предпри-

---

Год, последовавший за этой паузой (1958), был, наверное, самым плодотворным для меня как математика. Это год появления двух центральных тем новой геометрии: бурного старта *теории схем* (предмет моего доклада на международном математическом конгрессе в Эдинбурге летом того же года) и возникновения понятия *ситуса*, то есть предварительной, технической версии важнейшего понятия *топоса*. Сейчас, в перспективе почти что тридцати лет, я могу утверждать, что то был воистину год рождения нового геометрического видения, последовавшего за вступлением в силу двух главных инструментов этой геометрии: схем (которые являют собой метаморфозу старого понятия «алгебраического многообразия») и топоса (представляющего результат преображения — еще более глубокого, чем в случае схем — понятия пространства).

[32]Мне в первый раз пришло в голову этому видению дать название в «Раздумьи» от 4 декабря 1984 г. (сноска n° 136/1 к примечанию «Инь-слуга (2), или великодушие» — РС III, стр. 637).

нятом путешествии-приключении, каковым является *математика.*)

И другая странность: чтобы мне наконец «остановиться» и возобновить полузабытое знакомство с этим трудом, или хотя бы только задуматься об том, как *назвать* видение, заключившее в себе его душу, должно было случиться так, чтобы я вдруг столкнулся с реальностью Похорон гигантских масштабов (за могильщиков работали молчание и насмешки) как собственно видения, так и работника, в котором оно зародилось...

9.

Непредвиденным образом, данное «предисловие» слово за слово превратилось в эдакое представление, по всем правилам, моего труда, предназначенное главным образом для читателя — не математика по профессии. Это обязывает, и потом, я уже слишком вовлечен в игру, чтобы можно было пойти на попятный; что же мне еще остается, как не покончить с «церемониями»! Я хотел бы сказать худо-бедно хотя бы несколько слов о *сущности* этих волшебных «концепций» (или «ключевых тем»), которым я дал блеснуть на предыдущих страницах, и о природе этого славного «видения», в котором всем основным идеям предписано слиться. Ввиду невозможности прибегнуть здесь к языку сколько-нибудь техническому, образ, который мне удалось бы сейчас вызвать на бумагу, выйдет, без сомнения, чрезвычайно расплывчатым (если только под его личиной не прокрадется в текст что-нибудь старое, привычное...)[33].

Традиционно различают три рода «свойств», или «аспектов» тех или иных явлений во Вселенной, составляющих предмет математических рассуждений. Это суть *число*[34], *размер* и *форма.* О них можно также говорить как об «арифметическом», «метрическом» (или «аналитическом») и «геометрическом» аспектах. В большинстве ситуаций,

[33]То, что этот образ должен оставаться расплывчатым, нисколько не мешает ему быть верным истинной сути объекта, о котором идет речь (в данном случае моего труда). Наоборот, образ ясный и отчетливый может оказаться сильно искаженным, и к тому же содержать в себе лишь побочные, второстепенные черты объекта, совершенно опуская главные. И потом, если в тебе «найдет зацепку» то, что я скажу о своем труде (а тем самым, разумеется, и кое-что от того образа, который действительно «проносится» предо мной), ты сможешь похвастаться куда лучшим пониманием его сути, чем, пожалуй, любой из моих ученых коллег.

[34]Здесь имеются в виду «натуральные числа» 0, 1, 2, 3 и т.д., или (в крайнем случае) числа (дробные), которые нужны как подручные для выполнения элементарных действий. Они не претендуют на то, чтобы, подобно «вещественным числам», измерять величины, способные к непрерывному изменению — такие, как расстояние между двумя точками, движущимися вдоль прямой, на плоскости или в пространстве.

исследуемых в математике, эти три аспекта присутствуют одновременно, находясь в тесном взаимодействии. При этом, однако, чаще всего имеет место заметное преобладание одного из них над двумя другими. Мне кажется, что для большинства математиков достаточно ясно (тому, кто знаком с ними или просто в курсе их работ), кто они по натуре: «арифметики», «аналитики» или «геометры» — даже в том случае, если на скрипке у кого-то из них много струн, и ему доступны всевозможные регистры и диапазоны.

Мои первые, уединенные, размышления над теорией меры и интегрирования совершенно недвусмысленно относятся к разделу «размер», или «анализ». Так же обстоят дела с первой из новых тем, введенных мной в математику (которая представляется мне менее обширной по масштабу, чем остальные одиннадцать). То, что я вступил в математику с «бокового подъезда» анализа, представляется мне обусловленным не столько склонностью моей натуры, сколько «случайным стечением обстоятельств». Именно, пробел в образовании, предложенном мне как в лицее, так и в университете (чересчур огромный для моего духа, одержимого страстью к обобщенности и строгости рассуждений) оказался связанным с «метрическим», или «аналитическим» аспектом сути вещей.

1955 г. отмечает решающий поворот в моих математических занятиях: переход от «анализа» к «геометрии». Мне вспоминается еще захватывающее ощущение (конечно, целиком субъективное), как будто я покинул угрюмые, засушливые степи, чтобы вдруг обрести вновь «землю обетованную» с ее сказочными богатствами, готовыми преумножиться беспредельно, повсюду, где захочешь приложить руку — срывай вволю цветы и фрукты, копай руды… И вот это ощущение захлестывающего, сверх всякой меры[35] изобилия с годами лишь подтвердилось, еще углубившись; да оно и сейчас со мной.

Выходит, если есть в математике что-то одно, что (во все времена, без сомнения) увлекало бы меня сильней, чем все остальное, то это не «число» и не «размер», но неизменно *форма*. И среди тысячи и одного призрака, ищущих формы, чтобы нам открыться, тот, кто околдовал меня пуще всех прочих (не ослабляя и теперь своих чар) — *структура*, таящаяся внутри математических объектов.

[35]Я использую сочетание слов «захлестывающий, сверх всякой меры», чтобы кое-как передать выражение «uberwaltigend» из немецкого и его английский эквивалент «overwhelming». В предыдущем предложении выражение (неадекватное) «захватывающее ощущение» следует воспринимать со следующей окраской: то, что бывает, когда мы сталкиваемся с невероятным великолепием, величием и красотой вне рамок обыденного, так, что чувства лавиной обрушиваются на нас — и тогда любая робкая попытка описать, что творится с нашими душами, заранее обречена на неудачу.

Структура вещи — совсем не что-то такое, что мы могли бы «изобрести». Мы можем лишь выводить ее на свет терпеливо, смиренно; знакомясь с ней, ее *раскрывать*. Если есть в этой работе изобретательность, и если когда приходится нам браться за труд кузнеца или неутомимого строителя, то отнюдь не затем, чтобы «выковывать» или «строить» *структуры*. Они-то не нуждаются в нас, чтобы существовать — и быть в точности такими, как они есть! Но *выразить*, оставаясь как можно более верными духу, то, над раскрытием и изучением чего мы усердно бьемся, ту структуру, что дается нам неохотно — вот за чем мы бредем, пробираясь наощупь, пробуя языки (а слышен, быть может, лишь лепет), чтобы подступиться к ней. Так и приходится нам постоянно *изобретать язык*, способный все тоньше и искусней передать словами структуру, присущую математическому объекту, и «строить» с помощью этого языка, постепенно и целиком, «теории», которые должны дать отчет о том, что мы поняли и увидели. Маятник движется без остановки между *пониманием* вещей и *выражением* понятого на языке, который отшлифовывает и пересоздает сам себя в процессе работы, под постоянным давлением насущной необходимости.

Как читатель уже, без сомнения, угадал, «теории», отстроенные целиком, суть не что иное, как «красивые дома», о которых речь шла выше (те, что мы получаем в наследство от своих предшественников, и те, что, внимая зову неизвестного, в ответ на него строим своими руками). И если я говорил давеча об «изобретательности» (или фантазии) кузнеца ли, строителя, то должен прибавить: душа, тайный нерв работы — совсем не спесь того, кто скажет: «Я хочу вот так, и никак иначе!» — находя главное удовольствие в том, чтобы решать по-своему. Тот дрянной архитектор, у кого в голове сложены готовыми все планы раньше, чем он удосужится исследовать свой участок земли, его нужды и возможности. Годны ли в дело изобретательность и фантазия искателя, определяется степенью напряженности его *внимания*, с каким он прислушивается к голосам вещей. Ибо вещи во Вселенной неустанно толкуют о себе, открываясь тому, кто озаботится выслушать. И дом тем краше, чем ясней в нем любовь его создателя; дело не в том, насколько он высок и широк. Красивый дом — вернейшее отражение структуры и красоты, скрытых в сердце вещей.

10.

Но вот я опять сбился: я ведь предполагал рассказать о главных темах, собравшихся в одно материнское видение — как реки, дочери моря, возвращаясь, все текут к нему...

Это широкое объединяющее видение может быть описано как *новая геометрия*. Именно о ней, думается, грезил еще Кронекер в прошлом столетии[36]. Но действительность (дерзкая мечта может иногда предчувствовать ее или предвидеть, побуждая нас к открытию) неизменно превосходит, богатством красок, густотой и силой звучания, мечту самую смелую и самую глубокую. Заведомо в этой новой геометрии есть не один такой раздел (если не все сразу), о каком накануне его создания никто не мог и помыслить, менее всего сам работник.

Можно сказать, что «число» способно уловить структуру «разрывных», или «дискретных» систем — часто конечных, состоящих из «элементов», или «объектов», «изолированных» друг от друга, без какого бы то ни было правила «непрерывного перехода» от одного к другому. «Размер», напротив, есть свойство, поддающееся в полном смысле этого слова «непрерывному изменению». Он тем самым способен уловить структуру непрерывных явлений: перемещений, пространств, «многообразий» всех родов, силовых полей и т.п. Итак, арифметика выступает (грубо говоря) как *наука о дискретных структурах*, а анализ — как *наука о непрерывных структурах*.

Что касается геометрии, можно утверждать, что в течение более чем двух тысяч лет ее существования как науки (в современном понимании этого слова) она охватывает оба вида структур: как «дискретные», так и «непрерывные»[37]. Долгое время, впрочем, не было настоящего «разлада»

[36]Я знал об этой «мечте Кронекера» лишь понаслышке до тех пор, пока кто-то (вполне возможно, что это был Джон Тэйт) не сказал мне, что я нахожусь в процессе ее осуществления. Образование, которое я получал от старших коллег, ссылки на историю включало редко. Восполнялось это не чтением современных или сколько-нибудь древних авторов, но в первую очередь общением с другими математиками, непосредственным или по переписке, начатой старшими. Основным, даже может быть, единственным, внешним источником вдохновения для внезапного и бурного старта теории схем в 1958 году была статья Серра, хорошо известная под сокращением АКП («Алгебраические когерентные пучки»), которая вышла в свет на несколько лет раньше. В остальном же все дальнейшее развитие теории питалось энергией, истекавшей по сути от нее самой. Поток этот возобновлялся с годами, хотя бы только в соответствии с требованиями простоты и внутренней согласованности, в попытке рассмотреть в новом контексте все «хорошо известное» в алгебраической геометрии (и усвоенное мной по мере того, как преобразовывалось, проходя через мои руки) — и то еще, что это «известное» дало мне возможность предугадать.

[37]По правде говоря, традиционно именно «непрерывный» аспект находился в центре внимания геометрии, в то время как свойства «дискретной природы», в частности численные и комбинаторные, было принято обходить молчанием, или кой-как, мельком учитывать. И воистину с восхищением десять лет назад я обнаружил богатства комбинаторики икосаэдра, а ведь эта тема совсем не затронута (может быть, даже не замечена) Клейном в его классической книге об икосаэдре. Другой поразительный признак той же (двухтысячелетней) небрежности геометров, которые